

Estudia i representa la funció $f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2$

1. Domini

En ser una funció polinòmica, no té problemes de domini.

$$\boxed{\text{Dom } f = \mathbb{R}}$$

2. Asímtotes

Asímtota Vertical

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty? \Rightarrow \text{impossible} \Rightarrow \text{no n'hi ha}$$

Asímtota Horizontal

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = k \neq \pm\infty?$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 - 6x^3 + 9x^2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 - 6x^3 + 9x^2 = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \text{no hi ha asímtota horitzontal}$$

3. Punts de tall amb els eixos

OY:

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow y = f(0) = 0^4 - 6 \cdot 0^3 + 9 \cdot 0^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\text{Punt de tall } (0,0)}$$

OX:

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Punts de tall } (0,0) \text{ i } (3,0)}$$

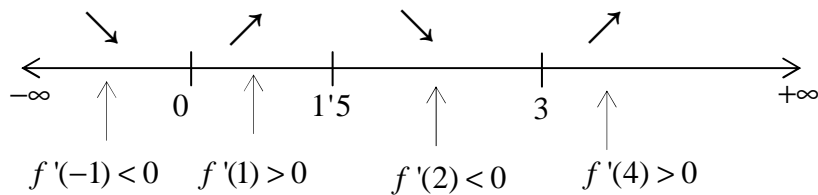
4. Candidats a màxims o mínims

$$f'(x) = 0?$$

$$f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 18x = 0$$

$$x(4x^2 - 18x + 18) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{x = 0} \\ 4x^2 - 18x + 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{x = 1.5} \\ \boxed{x = 3} \end{cases} \end{cases}$$

5. Monotonia (interval·s de creixement i decreixement)



$f(x)$ és creixent a $(0, 1.5) \cup (3, +\infty)$
 $f(x)$ és decreixent a $(-\infty, 0) \cup (1.5, 3)$

6. Màxims, mínims i punts d'inflexió

Per l'apartat anterior es dedueix que la funció té:

Màxim a $(1.5, f(1.5)) = (1.5, 5.06)$

Mínim a $(0, f(0)) = (0, 0)$

Mínim a $(3, f(3)) = (3, 0)$

7. Representació gràfica

