

Estudia i representa la funció $f(x) = \frac{15x}{x^2 + 9}$

1. Domini

Cal excloure els punts que donen problemes. En aquest cas els zeros del denominador

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -9 \\ x = \pm\sqrt{-9} \\ \text{impossible} \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\text{Dom } f = \mathbb{R}}$$

2. Asímptotes

Asímptota Vertical

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty? \Rightarrow \text{no hi ha asímptota vertical}$$

Asímptota Horitzontal

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = k \neq \pm\infty?$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{15x}{x^2 + 9} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]^{\text{graus}} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0} \text{ asímptota horitzontal}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{15x}{x^2 + 9} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]^{\text{graus}} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0} \text{ asímptota horitzontal}$$

3. Punts de tall amb els eixos

OY:

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow y = f(0) = \frac{15 \cdot 0}{0^2 + 9} = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \boxed{\text{Punt de tall } (0, 0)}$$

OX:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } y = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{15x}{x^2 + 9} = 0 \\ 15x = 0 \\ x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\text{Punt de tall } (0, 0)}$$

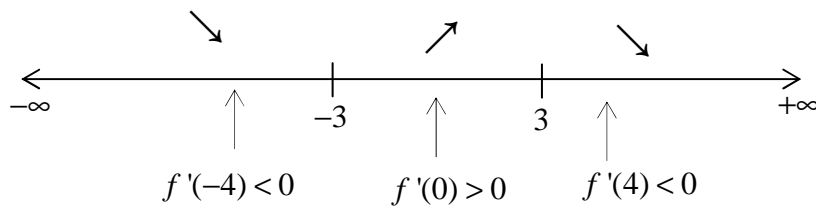
4. Candidats a màxims o mínims

$$f'(x) = 0?$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{15(x^2 + 9) - 2x \cdot 15x}{(x^2 + 9)^2} \\ &= \frac{15x^2 + 135 - 30x^2}{(x^2 + 9)^2} = \frac{-15x^2 + 135}{(x^2 + 9)^2} = 0 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} -15x^2 + 135 = 0 \\ -15x^2 = -135 \\ x^2 = \frac{-135}{-15} = 9 \\ x^2 = \frac{-135}{-15} = 9 \\ x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \end{array} \right.$$

$\boxed{\text{Possibles màxims i/o mínims en } x = -3 \text{ i } x = 3}$

5. Monotonia (interval·s de creixement i decreixement)



$f(x)$ és creixent a $(-3, 3)$

$f(x)$ és decreixent a $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$

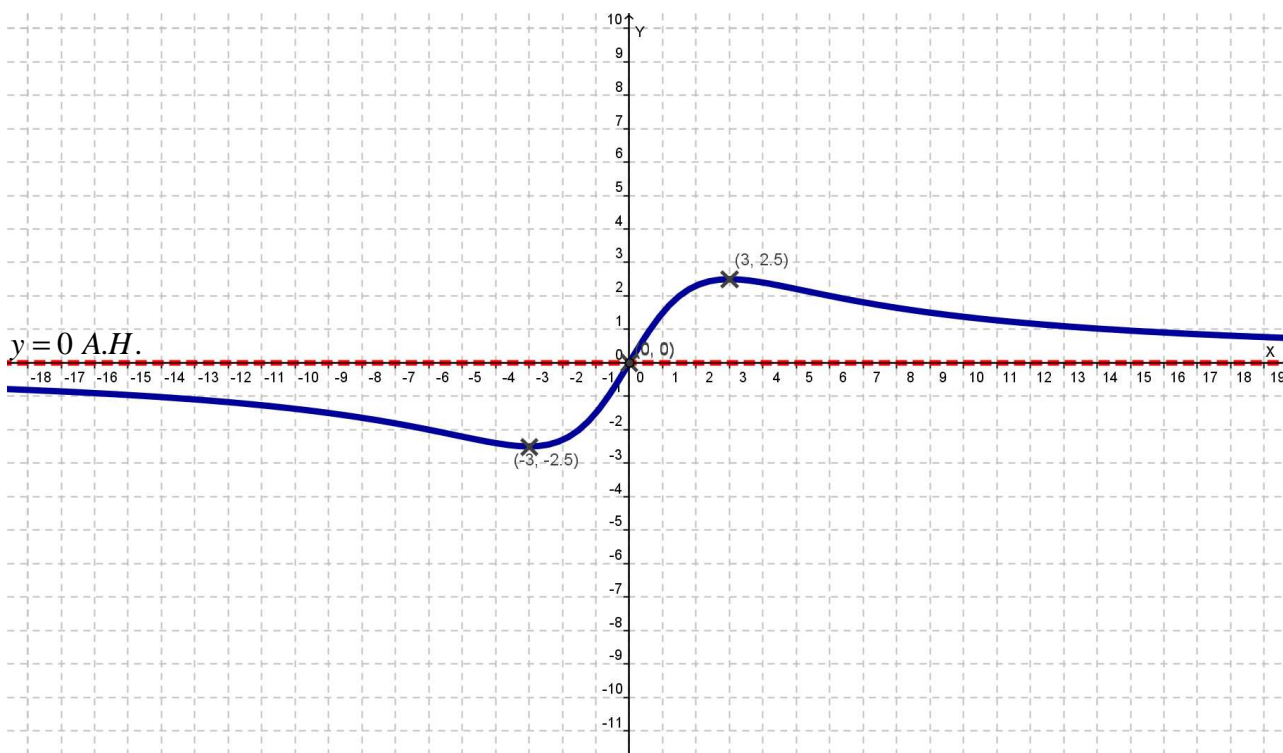
6. Maxims, mínims i punts d'inflexió

Per l'apartat anterior es dedueix que la funció té:

Maxim a $(3, f(3)) = (3, 2.5)$

Mínim a $(-3, f(-3)) = (-3, -2.5)$

7. Representació gr fica



ILLA SIMPATIA

Francesca Forcada 2012

<http://www.illasimpatia.cat>