Solucions: **Compte! Aquí només tens els resultats o indicacions per resoldre els exercicis.**

1 Cal comprovar si les dimensions són compatibles. O sigui, si el nº de files de la primera matriu és igual al nº de columnes de la segona.

$$A\cdot C = \begin{pmatrix} -49 & 21 & -42 \\ -39 & 21 & 18 \end{pmatrix} \quad (2x2\ 2x3) \qquad A\cdot D = \begin{pmatrix} 14 \\ 6 \end{pmatrix} \quad (2x2\ 2x1)$$

$$C\cdot B = \begin{pmatrix} 0 & -26 & -1 \\ 0 & 16 & -54 \end{pmatrix} \quad (2x3\ 3x3) \qquad D\cdot E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -10 & 2 & -6 \end{pmatrix} \quad (2x1\ 1x3) \qquad E\cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -29 \end{pmatrix} \quad (1x3\ 3x3)$$

2 Si $M\cdot A = B$

$$\Rightarrow M\cdot A\cdot A^{-1} = B\cdot A^{-1}, \quad \mathbf{M = B\cdot A^{-1}}, \quad A^{-1} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{M = B\cdot A^{-1}} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} -11 & -6 \\ 21 & 9 \end{pmatrix}$$

3 Si $B\cdot C = A$

$$\Rightarrow B^{-1}\cdot B\cdot C = B^{-1}\cdot A, \quad \mathbf{C = B^{-1}\cdot A}, \quad B^{-1} = \frac{1}{-4}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{C = B^{-1}\cdot A} = \frac{1}{-4}\begin{pmatrix} -13 & -11 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$$

4 $\mathbf{X = A\cdot(B - C)} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$

5 Si $A\cdot X + A = B$

$$\Rightarrow A\cdot X + A - A = B - A$$
$$A\cdot X = B - A$$
$$A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1}\cdot(B - A)$$
$$\mathbf{X = A^{-1}\cdot(B - A)}$$
$$A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X = A^{-1}\cdot(B-A)} = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & -12 \end{pmatrix}$$

6 Una matriu quadrada tindrà inversa si el seu determinant és diferent de 0

a) $|A| = 9 \ -1k^2 \ -12 \ +12 \ -9k \ +1k = 0$

$-1k^2 \ -8k \ +9 = 0$

$k = -9{,}000 \qquad k = 1{,}000$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad k = -1$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 9 \ -1 \ -12 \ +12 \ +9 \ -1 = \mathbf{16}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}(\mathrm{adj}(A))^t = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 8 & -1 & -11 \\ -8 & 7 & 13 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

7 **a)** $A\cdot X = B$

$$\Rightarrow A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1}\cdot B, \quad \mathbf{X = A^{-1}\cdot B}, \quad A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X = A^{-1}\cdot B} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

$B^2 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B^3 = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \qquad B^3 = \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \quad B^n = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{pmatrix}$

8 Una matriu quadrada tindrà inversa si el seu determinant és diferent de 0

a) $|A| = -5k \ -10 \ -2k^2 \ +50 \ +1k^2 \ +2k$

$-1k^2 \ -3k \ +40 = 0$

$k = -8{,}000 \qquad k = 5{,}000$

b) $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad k = 0$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \ -10 \ +0 \ +50 \ +0 \ +0 = \mathbf{40}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}(\mathrm{adj}(A))^t = \frac{1}{40}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 10 & 10 & 2 \\ -25 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$