



## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 3

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Una fàbrica de mobles de cuina ven 1.000 unitats mensuals d'un model d'armari a 200 € per unitat. Per tal de reduir-ne l'estoc, fa una oferta als compradors i estima que, per cada euro de reducció del preu, les vendes mensuals del producte s'incrementaran en 100 unitats.

a) Quantes unitats caldrà vendre per a obtenir el màxim d'ingressos mensuals?

[1,5 punts]

b) A quant pujaran aquests ingressos?

[0,5 punts]

2. Considereu la funció  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ .

a) Estudieu-ne el creixement i, si en té, determineu-ne i classifiqueu-ne els extrems relatius.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 1$ .

[1 punt]

3. Sigui el sistema d'equacions 
$$\left. \begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ 3x + 4y - 5z = 6 \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$$
.

a) Justifiqueu si és compatible determinat.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema format per les dues primeres equacions.

[1 punt]

4. Durant la darrera epidèmia d'Ebola es va considerar que, sense cap intervenció, el virus es propagava augmentant en un 3 % diari el nombre d'afectats. Supposeu que en una població, avui, hi ha 25 persones infectades.
- a) Escriviu la fórmula de la funció que dona el nombre de persones infectades en passar els dies. Quantes persones estaran infectades al cap de 20 dies?  
[1 punt]
- b) A partir d'una data determinada, en aquesta població s'apliquen unes mesures sanitàries que permeten que el nombre de persones infectades disminueixi segons la funció  $g(x) = 1.000 \cdot (0,95)^x$ . Si considerem controlada l'epidèmia quan el nombre d'afectats és igual o inferior a 10 persones, quants dies hauran de passar després d'aplicar les mesures sanitàries per a poder declarar controlada l'epidèmia?  
[1 punt]
5. La butlleta guanyadora d'una loteria està formada per tres nombres. Sabem que la suma del primer i el segon excedeix en dues unitats el tercer; que el primer nombre menys el doble del segon és deu unitats menor que el tercer, i que la suma dels tres nombres és 24. Quina és la butlleta guanyadora?  
[2 punts]
6. Tenim quatre rectes: la recta  $r_1$  passa pels punts  $(-1, 0)$  i  $(0, 1)$ ; la recta  $r_2$  passa per  $(-1, 0)$  i  $(0, -1)$ ; la recta  $r_3$  passa per  $(1, 0)$  i  $(0, 1)$ , i la recta  $r_4$  passa per  $(1, 0)$  i  $(0, -1)$ .
- a) Escriviu les inequacions que compleixen els punts de la frontera i de l'interior del quadrat que determinen aquestes quatre rectes i dibuixeu-lo.  
[1 punt]
- b) Determineu el valor màxim de  $k$  que fa que la recta  $y = 2x + k$  tingui algun punt en comú amb el quadrilàter anterior.  
[1 punt]





## Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Dues de les escales que se solen usar per a mesurar temperatures, l'escala Fahrenheit i l'escala Celsius, estan relacionades linealment, és a dir, la funció que dona la temperatura  $F$  en graus Fahrenheit a partir de la temperatura  $C$  en graus Celsius és una recta. L'escala Celsius estableix els  $0^{\circ}\text{C}$  com a temperatura de congelació de l'aigua i els  $100^{\circ}\text{C}$  com a temperatura d'ebullició. En l'escala Fahrenheit, aquests canvis d'estat de l'aigua s'esdevenen als  $32^{\circ}\text{F}$  i als  $212^{\circ}\text{F}$ , respectivament.
  - a) Escriviu la funció que, per a cada temperatura expressada en graus Celsius, dona la temperatura expressada en graus Fahrenheit.  
[1 punt]
  - b) A quina temperatura coincideixen els graus Celsius amb els graus Fahrenheit?  
[1 punt]
  
2. Dues famílies van a una cafeteria. La primera família pren 1 refresc, 3 cafès i 7 magdalenes, i paga un total d'11,75 €. La segona família demana 1 refresc, 4 cafès i 10 magdalenes i paga per tot plegat 15,5 €.
  - a) Digueu, raonadament, si és possible saber el preu d'un cafè, el d'un refresc i el d'una magdalena.  
[1 punt]
  - b) Calculeu quant ha de pagar una família que prengui un refresc, un cafè i una magdalena.  
[1 punt]

3. Sigui la funció  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

a) Estudieu en quins intervals  $f$  creix i en quins intervals decreix. Determineu i classifiqueu, si n'hi ha, els màxims i els mínims de  $f$ .

[1 punt]

b) Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $f$  en el punt d'abscissa  $x = 2$ .

[1 punt]

4. Sabem que la funció derivada  $f'$  d'una funció  $f$ , polinòmica de tercer grau, talla l'eix de les abscisses en els punts  $x = -1$  i  $x = 2$ .

a) Justifiqueu si és possible que  $f'$  talli també l'eix de les abscisses en un punt diferent dels dos esmentats.

[1 punt]

b) Si ens diuen que  $f'(1) = 2$ , indiqueu i classifiqueu els màxims i els mínims de la funció  $f$ .

[1 punt]

5. Considereu la regió del pla limitada per les rectes següents:

$$y = x + 1, y = -x + 1, y = x - 1, y = -x - 1.$$

a) Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.

[1 punt]

b) Considereu ara la família de rectes  $y = 2x + k$ . Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de  $k$  i determineu aquest valor.

[1 punt]

6. Considereu les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

a) Calculeu les matrius  $A \cdot B$  i  $B \cdot A$ .

[1,5 punts]

b) Justifiqueu si en algun cas és possible calcular  $P^2$  quan  $P$  és una matriu no quadrada.

[0,5 punts]



Institut  
d'Estudis  
Catalans

