



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 3

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Considereu la funció polinòmica  $f(x) = 3x^{13} + 5x^3 + 2$ .
  - a) Justifiqueu que la seva gràfica talla l'eix de les abscisses en un punt de l'interval  $[-2, 0]$ . Doneu un interval de longitud 0,5 on es trobi aquest punt de tall.  
[1,25 punts]

- b)** Estudieu les zones de creixement i de decreixement, i els màxims i els mínims de  $y=f(x)$ . Quants punts de tall té exactament la gràfica d'aquesta funció amb l'eix de les abscisses? Justifiqueu la resposta.

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions següent, on  $m$  és un paràmetre real:

$$\left. \begin{aligned} x - 3y + mz &= -2 \\ x + my + 2z &= 3 \\ x + y + 2z &= m \end{aligned} \right\}$$

**a)** Discussiu el sistema segons el valor del paràmetre  $m$ .

[1,25 punts]

**b)** Trobeu la solució del sistema per a  $m = 0$ .

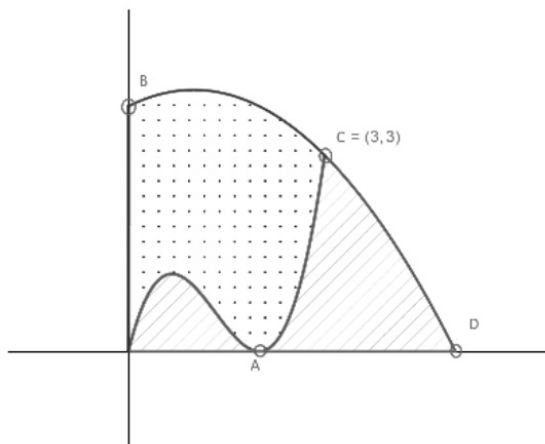
[0,5 punts]

**c)** Per a  $m = 2$ , doneu una solució  $(x, y, z)$  del sistema que, a més a més, compleixi  $x = 5y$ .

[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

3. La classe de l'Èlia ha dissenyat el logotip següent per a pintar-lo a la paret de l'institut:



La corba que passa pel punt A és  $y=f(x)$ , amb  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$ , i la que passa pels punts B, C = (3, 3) i D és  $y=g(x)$ , amb  $g(x) = -\left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + 4$ .

a) Calculeu les coordenades dels punts A, B i D.

[0,75 punts]

**b)** Calculeu l'àrea de la zona puntejada.

[1,25 punts]

**c)** Els alumnes volen pintar la part puntejada de color blau i la part ratllada de color vermell. Sabent que l'àrea total del logotip és  $\frac{175}{12} \text{ m}^2$ , de quin color necessitaran més pintura?

[0,5 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

4. S'estima que el 20 % dels habitants d'una regió pateix algun tipus d'arrítmia. Per a diagnosticar-la, hi ha la possibilitat de col·locar al pacient un monitor Holter, que detecta l'arrítmia en un 95 % dels casos de persones que la pateixen, però que també dona falsos positius, per motius elèctrics, en persones que no pateixen arrítmies en un 0,5 % dels casos.
- a)** Si escollim 4 persones a l'atzar, quina és la probabilitat que almenys una d'elles pateixi arrítmies?  
[0,75 punts]

- b)** Quina és la probabilitat que una persona escollida a l'atzar obtingui un diagnòstic positiu d'arrítmia?  
[0,75 punts]



- c) Si una persona obté un diagnòstic negatiu a la prova del Holter, quina és la probabilitat que realment pateixi arrítmies?  
[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

5. Per a cada punt  $(x, y)$  de la corba  $y = e^{-2x}$ , amb  $x > 0$  i  $y > 0$ , considereu el rectangle amb vèrtexs als punts  $(0, 0)$ ,  $(x, 0)$ ,  $(0, y)$  i  $(x, y)$ .
- a)** Comproveu que, d'entre tots aquests rectangles, el que té  $x = \frac{1}{2}$  és el d'àrea màxima.

Quin és el valor d'aquesta àrea?

[1,5 punts]

- b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció  $y = e^{-2x}$  en el punt d'abscissa  $x = 0$ , i el seu punt de tall amb l'eix de les abscisses.  
[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu el punt  $P = (1, 3, 0)$  i el pla  $\pi$  d'equació  $x + 2y - 2z = -7$ .
- a)** Sigui  $r$  la recta que és perpendicular a  $\pi$  i passa per  $P$ . Calculeu el punt d'intersecció de  $\pi$  amb  $r$ .
- [1 punt]

- b)** Calculeu la distància  $d$  del punt  $P$  al pla  $\pi$ .
- [0,5 punts]

c) Calculeu l'equació d'un altre pla  $\pi'$  que sigui paral·lel a  $\pi$  i que també estigui a distància  $d$  de  $P$ .

[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

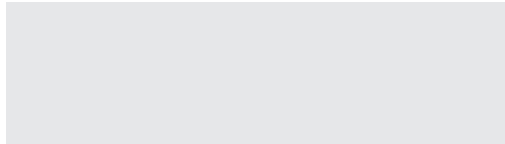
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'estudiant



Institut  
d'Estudis  
Catalans