

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4. Opció ____	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 respondent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar la pàgina en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

Volem allotjar 10 persones en un hotel que té habitacions individuals, dobles i triples. Sabem que si reservem sis habitacions individuals i dues de dobles, hem de pagar 702 €, i si en reservem una d'individual i tres de triples, hem de pagar el mateix que si en reservem dues de dobles i dues de triples.

- a) Determineu els preus de l'habitació doble i de la triple en funció del preu de la individual.

[1,25 punts]

- b)** Si el preu de l'habitació triple és el doble del preu de la individual, quin és el preu de cada tipus d'habitació? De les tres opcions plantejades per a allotjar les 10 persones, amb quina obtenim el preu més baix i quin és aquest preu?

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

Exercici 2

Un inversor té uns diners invertits en un fons d'inversió molt volàtil. El valor de la seva inversió en euros durant un dia determinat és donat per la funció

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{35x^2}{2} + 300x + 250,$$

en què $x \in [0, 24]$ representa el temps en hores.

- a)** Calculeu el valor inicial de la inversió en començar el dia i determineu quin benefici o pèrdua haurà tingut al cap de 24 hores. Trobeu també a quina hora del dia el valor de la inversió ha estat màxim i quin era aquest valor màxim.

[1,5 punts]

- b)** Hi ha algun moment del dia en què el valor de la inversió és negatiu? Quin és el valor mínim que assolix?
[1 punt]

Espai per a la correcció		
Exercici 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

Exercici 3

Fa uns anys una granja de vaques frisones dedicada a la producció de llet va fer un estudi sobre el pes de les seves vaques i va arribar a la conclusió que aquesta variable seguia una distribució normal amb una mitjana de 580 kg i una desviació típica de 25 kg.

FÓRMULES PER A RESOLDRE L'EXERCICI:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$

- Intervals de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$

— per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

— per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

— per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- a)** Calculeu, de manera raonada, la probabilitat que si agafem a l'atzar una vaca frisona d'aquesta granja, el seu pes estigui entre 531 i 629 kg.

[1 punt]

- b) Creiem que un canvi en el tipus de farratge que es dona a les vaques n'ha modificat la mitjana del pes. Per a comprovar-ho, hem obtingut el pes d'una mostra de 10 vaques de la granja escollides a l'atzar:

569, 575, 611, 581, 583, 614, 589, 555, 566, 571.

Trobeu un interval de confiança del 95 % per a la mitjana del pes de les vaques, suposant que aquest pes segueix una distribució normal amb una desviació típica de 25 kg. A partir del resultat obtingut, podem afirmar que la mitjana del pes de les vaques ha canviat? Justifiqueu la resposta.

[1,5 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

Exercici 4

Al Congrés Català d'Educació Matemàtica (C2EM), que se celebrarà a Lleida el proper mes de juliol, hi assistiran docents d'universitat, d'educació secundària i d'educació infantil i primària.

A hores d'ara, un 10 % dels docents inscrits són d'universitat, un 50 % són de secundària i la resta són d'infantil i primària. D'altra banda, un 40 % dels docents inscrits d'universitat, un 52 % dels docents inscrits de secundària i un 65 % dels docents inscrits d'infantil i primària són dones.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

- a) Calculeu la probabilitat que una persona escollida a l'atzar d'entre tots els inscrits sigui una dona. Si d'entre totes les dones inscrites n'escollim una a l'atzar, quina probabilitat hi ha que sigui docent de secundària?

[1,25 punts]

- b) Calculeu el nombre de docents que s'han inscrit al Congrés de cada nivell educatiu si sabem que en total hi ha 476 dones inscrites.

[1,25 punts]

OPCIÓ B

- a) L'organització del Congrés vol donar un detall diferent a cada grup de docents: el detall de tipus $D1$ per al grup de docents universitaris, el detall de tipus $D2$ per al grup de docents de secundària i el detall de tipus $D3$ per al grup de docents d'infantil i primària. Han demanat pressupost a tres empreses diferents, que anomenarem $E1$, $E2$ i $E3$. La matriu següent ens dona els preus unitaris, en euros, de cada detall de tipus $D1$, $D2$ i $D3$ (files) segons les empreses $E1$, $E2$ i $E3$ (columnes):

$$\begin{pmatrix} 1,25 & 1 & 1,25 \\ 0,75 & 1 & 1,15 \\ 1 & 0,85 & 0,80 \end{pmatrix}$$

La comanda de l'organització es pot representar com un vector fila (x, y, z) , en què x representa la quantitat de detalls de tipus $D1$, y és la quantitat de detalls de tipus $D2$ i z correspon a la quantitat de detalls de tipus $D3$ que cal comprar.

L'organització treballa amb la previsió que al Congrés hi assistiran 1.000 persones en total i que els percentatges de cada grup de docents respecte al total seran els mateixos que els que hi ha en aquest moment de la inscripció.

Calculeu mitjançant un producte de matrius quina empresa ofereix el millor preu i quin és aquest preu.

[1,25 punts]

- b) Un hotel situat prop de l'espai on se celebrarà el Congrés ha fet un estudi de mercat. Inicialment es plantejaven oferir l'habitació doble a un preu de 80 € la nit i amb aquest preu estimaven que tindrien 100 reserves d'habitacions dobles. Però l'estudi mostra que la relació entre el preu de l'habitació doble i el nombre de reserves és lineal, de manera que per cada euro de descompte sobre el preu de l'habitació aconseguixen dues reserves més.

Si anomenem x el nombre de vegades que s'aplica el descompte d'un euro, escriviu la funció que dona els ingressos de l'hotel en funció de x . Quin ha de ser el preu de l'habitació doble per a maximitzar els ingressos?

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 4. Opció ____	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

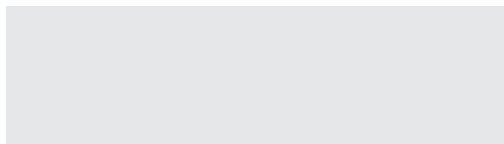
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació:

2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 4

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4. Opció ____	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 respondent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar la pàgina en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

Una botiga en línia tenia a la venda tres tipus de productes, que anomenarem A, B i C. L'Ares va comprar un producte de cada abans de les vacances de Nadal i va pagar 135 €. A les rebaixes de gener, la botiga va rebaixar l'article A un 4 %, l'article B un 6 % i l'article C un 5 % respecte al preu inicial. En veure-ho, l'Ares va decidir comprar un producte de tipus A, dos de tipus B i tres de tipus C, i va calcular que s'havia estalviat 16 € respecte del cost total de la mateixa compra sense oferta. Dues setmanes després, van començar les segones rebaixes i la botiga va rebaixar l'article A un 8 %, l'article B un 10 % i l'article C un 6 % respecte al preu inicial d'abans de Nadal. En veure-ho, l'Ares no se'n va poder estar i va fer una tercera compra. Aquest cop va adquirir tres productes de tipus A, un de tipus B i cinc de tipus C, i va calcular que s'havia estalviat 29 € respecte al preu total de la mateixa compra si l'hagués feta abans de les vacances de Nadal.

- a) Plantegeu un sistema d'equacions lineals que reculli la informació del problema.

[0,75 punts]

- b)** Calculeu el preu de cada article abans de les vacances de Nadal.
[1,75 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

Exercici 2

Una empresa fabrica bicicletes convencionals i elèctriques. El responsable de qualitat de l'empresa ha mirat l'historial de vendes i ha calculat que el 5 % de les bicicletes convencionals havien tingut algun tipus de problema que n'havia requerit una revisió postvenda. En el cas de les bicicletes elèctriques, aquest percentatge era del 15 %. Actualment, el 25 % de la producció és de bicicletes convencionals i el 75 %, de bicicletes elèctriques.

- a)** Si escollim una bicicleta a l'atzar, quina és la probabilitat que tingui algun tipus de problema que requereixi una revisió postvenda? Si la bicicleta escollida a l'atzar presenta algun tipus de problema que requereixi una revisió postvenda, quina és la probabilitat que sigui elèctrica?

[1,25 punts]

- b) El responsable de qualitat creu que la dada segons la qual un 15 % de bicicletes elèctriques tenen algun problema que requereix el servei postvenda ha quedat desfasada. Considera que actualment tant la tecnologia com els controls de qualitat previs han millorat molt i aquesta proporció ha disminuït. Per a comprovar-ho, pren una mostra de 100 bicicletes elèctriques que ha venut en els darrers mesos i observa que només 8 han requerit una revisió postvenda.

A partir d'aquestes dades, trobeu un interval de confiança del 95 % per a la proporció de bicicletes elèctriques que tenen algun problema i requereixen una revisió postvenda. A partir del resultat obtingut, podem afirmar que aquesta proporció ha disminuït?

[1,25 punts]

FÓRMULES PER A RESOLDRE L'EXERCICI:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ i $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$
- Intervalls de confiança amb un nivell de confiança $\gamma \in (0, 1)$
 - per a la proporció (mostres grans):

$$\left[\hat{p} - z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_\gamma \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres normals amb la variància σ^2 coneguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

- per a la mitjana (mostres grans amb la variància σ^2 desconeguda):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Espai per a la correcció		
Exercici 2	a	
	b	
	Total	

Exercici 3

Un estudi estableix que el nombre de microorganismes vius en una mostra de laboratori, mesurat en desenes, és donat per la funció

$$f(x) = \frac{15x}{9+x^2} + k,$$

en què x representa les hores transcorregudes des de l'inici de l'estudi.

- a)** Determineu el valor de k si sabem que a l'inici de l'estudi hi havia 50 microorganismes. Quin és el valor màxim de microorganismes al qual s'arribarà? En quin instant s'assolirà el màxim?

[1,75 punts]

- b)** En quin valor s'estabilitzarà el nombre de microorganismes a llarg termini?
[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

Exercici 4

Una fàbrica es dedica a elaborar pasta. Tot el procés de producció es pot resumir en tres etapes:

1. Compra de matèries primeres. Per a elaborar la pasta, l'empresa ha de comprar oli, farina i sal de bona qualitat. La compra la pot fer a tres proveïdors diferents. El primer proveïdor ven l'oli a 3 €/L, la farina a 0,6 €/kg i la sal a 1 €/kg. El segon proveïdor ven l'oli a 3,5 €/L, la farina a 1 €/kg i la sal a 0,7 €/kg. Finalment, el tercer proveïdor ven l'oli a 2,5 €/L, la farina a 0,8 €/kg i la sal a 0,9 €/kg.
2. Elaboració, empaquetament i control de qualitat. Es fabrica i s'envasa la pasta. Posteriorment, es comprova que la pasta estigui ben feta i envasada correctament, i es verifica que els paquets pesin 500 g de mitjana.
3. Venda. L'estratègia de venda i el preu dels paquets es determinen fent un estudi de mercat.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

- a) L'empresa necessita 300 litres d'oli, 700 kg de farina i 25 kg de sal. Escriviu aquesta informació juntament amb els preus per producte de cada proveïdor en forma matriu (deixant ben clar el que representen les files i les columnes) i calculeu mitjançant un producte de matrius el cost total de la comanda per cada proveïdor. Quin dels tres proveïdors és el més econòmic?

[1,25 punts]

- b) Cada paquet de pasta té un cost total de producció de 0,5 €. Si l'empresa el ven per 1,1 €, es venen 1.000 paquets diaris de pasta. També han comprovat que la relació entre el preu de venda i el nombre de paquets venuts és lineal, de manera que per cada 0,01 € que s'apuja el preu de venda del paquet disminueix en 10 el nombre de paquets venuts. Anomenarem x el nombre de cops que apugem 0,01 € el preu de venda del paquet.

Trobeu la funció que descriu el benefici diari en funció de x i calculeu el valor de venda del paquet que fa que el benefici sigui màxim. Quin és aquest benefici?

[1,25 punts]

OPCIÓ B

- a) L'empresa ha fet una gran comanda al primer proveïdor i s'ha gastat 1.320 €. Ha comprat el triple de farina que de sal. A més, la quantitat gastada en farina representa el 30 % dels diners gastats en oli. Quina quantitat de cada producte ha comprat?

[1,25 punts]

- b) En el control de qualitat, s'ha pres una mostra a l'atzar del pes en grams de 9 paquets de pasta i s'han obtingut els valors següents:

501, 506, 497, 495, 503, 491, 512, 505, 499.

Construïu un interval de confiança del 95 % per a la mitjana del pes del paquet de pasta, suposant que aquest pes segueix una distribució normal amb una desviació típica de 4 g. A partir d'aquestes dades, raoneu breument si podem afirmar que l'etiqueta que diu que els paquets són de 500 g és incorrecta.

[1,25 punts]

z

Espai per a la correcció		
Exercici 4. Opció ____	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

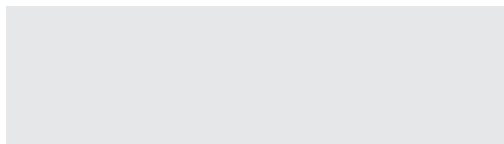
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació:

2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans