



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Matemàtiques

Sèrie 3

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Diguen per a quin valor del paràmetre m els plans

$$\pi_1: x - y + mz = 1, \pi_2: x - y + z = m \text{ i } \pi_3: my + 2z = 3$$

tenen com a intersecció una recta.

[2 punts]

2. Donades la recta $y = 3x + b$ i la paràbola $y = x^2$,
- a)** Calculeu l'abscissa del punt on la recta tangent a la paràbola és paral·lela a la recta donada.
- b)** Calculeu el valor del paràmetre b perquè la recta sigui tangent a la paràbola.

[1 punt per apartat]

3. Donats el pla $\pi: x - y + 2z - 5 = 0$ i la recta $r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \end{cases}$,

a) Calculeu el punt d'intersecció entre el pla i la recta.

b) Trobeu l'equació contínua de la recta s continguda en el pla π , que és perpendicular a la recta r i talla la recta r .

[1 punt per apartat]

4. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$,

a) Comproveu que es compleix la igualtat $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

b) És certa aquesta igualtat per a qualsevol parell de matrius quadrades A i B del mateix ordre? Responeu raonadament utilitzant les propietats generals de les operacions entre matrius, sense utilitzar matrius A i B concretes.

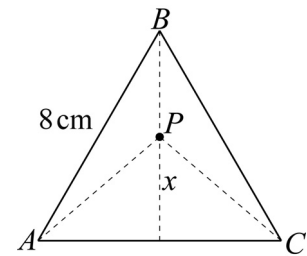
[1 punt per apartat]

5. Un triangle equilàter de vèrtexs A , B i C té els costats de 8 cm. Situem un punt P sobre una de les altures del triangle, a una distància x de la base corresponent.

a) Calculeu l'altura del triangle de vèrtexs A , B i C .

b) Indiqueu la distància del punt P a cadascun dels vèrtexs (en funció de x).

c) Determineu el valor de x perquè la suma dels quadrats de les distàncies del punt P a cadascun dels tres vèrtexs sigui mínima.



[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c]

6. Donats els punts $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$, $R = (0, 0, 3)$ i $S = (1, 2, 3)$,

a) Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que conté els punts P , Q i R .

b) Comproveu si els quatre punts són coplanaris (és a dir, si els quatre estan continguts en un mateix pla).

[1 punt per apartat]

