



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Matemàtiques

Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Determineu el rang de la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ en funció del paràmetre k .
[2 punts]

2. Sigui $f(x) = \frac{ax^2}{x+b}$, en què $a \neq 0$.

a) Determineu si té alguna asímptota vertical, en funció del paràmetre b .

b) Indiqueu el valor dels paràmetres a i b perquè la funció $f(x)$ tingui la recta $y = 2x - 4$ com a asímptota obliqua a $+\infty$.

[1 punt per cada apartat]

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left. \begin{aligned} x + y - 3z &= 2 \\ 2x + ay - 5z &= 2a + 3 \\ 2x - 3y + (a - 2)z &= 9 \end{aligned} \right\}$$

a) Calculeu el valor o els valors del paràmetre a per al qual o per als quals el sistema és compatible indeterminat.

b) Quantes solucions té aquest sistema quan $a = -3$?

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

4. Una fàbrica produeix diàriament x tones d'un producte A i $(40 - 5x)/(10 - x)$ tones d'un producte B . La quantitat màxima de producte A que es pot produir és 8 tones. El preu de venda del producte A és 100€ per tona i el del producte B és 250€ per tona.
- a)** Construïu la funció de la variable x que ens proporciona els ingressos diaris, suposant que es ven tota la producció.
- b)** Calculeu quantes tones de cada producte s'han de produir diàriament per a obtenir el màxim d'ingressos, i comproveu que és realment un màxim relatiu.
- [0,5 punts per l'apartat *a*; 1,5 punts per l'apartat *b*]

5. Considereu les rectes de l'espai següents:

$$r: \frac{x+1}{2} = y-1 = \frac{z-1}{-1}, \quad s: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$$

- a)** Comproveu que són secants.
- b)** Calculeu l'equació contínua de la recta que les talla i que és perpendicular a totes dues.
- [1 punt per cada apartat]

6. Donades la recta $y = ax + 1$ i la paràbola $y = 3x - x^2$,
- a)** Calculeu els valors del paràmetre a perquè siguin tangents.
- b)** Calculeu els punts de tangència.
- [1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

