



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 1

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4. Opció ____	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 responent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells capaços d'emmagatzemar dades o de transmetre o rebre informació.

Exercici 1

Considereu la funció $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$.

- a) Determineu els talls de la corba $y = f(x)$ amb els eixos de coordenades, i les equacions de les seves possibles asímptotes verticals, horitzontals i obliqües.

[1 punt]

- b)** Calculeu les equacions de les rectes tangents a la corba $y=f(x)$ en els punts $x=0$ i $x=2$. Aquestes dues rectes són paral·leles? Justifiqueu la resposta.
[1 punt]

- c)** Hi ha algun punt on la recta tangent a $f(x)$ tingui pendent 1? En cas afirmatiu, trobeu-lo.
[0,5 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

Exercici 2

Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left. \begin{array}{l} y - z = p + 3 \\ p^2 x - z = 5 \\ x - y = 3 \end{array} \right\}$$

a) Discussiu el sistema per als diferents valors del paràmetre p .

[1,25 punts]

b) Resoleu el sistema per al cas $p = -1$.

[0,5 punts]

c) Per al cas $p = -1$, hi ha alguna solució que compleixi, a més, $xy = 10$? En cas afirmatiu, indiqueu quantes n'hi ha i trobeu-les totes.

[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

Exercici 3

Una empresa produeix dos tipus de peces, de ferro i d'acer. El 60 % de la producció total correspon a peces de ferro i la resta són d'acer. Sabem que el 95 % de les peces de ferro produïdes no tenen cap defecte, mentre que el 3 % de les peces d'acer són defectuoses.

- a)** Si agafem una peça a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui defectuosa?

[0,75 punts]

- b)** L'empresa aviat diversificarà la producció i començarà a produir també peces de titani, que es vendran en paquets de 5. Si la probabilitat que una peça de titani sigui defectuosa és un valor desconegut p , i cada peça és defectuosa independentment de les altres, comproveu que l'expressió que ens dona la probabilitat que en un paquet de 5 peces n'hi hagi exactament 4 de defectuoses (en funció de p) és $f(p) = 5(p^4 - p^5)$.

[0,75 punts]

- c) Considereu la funció $f(p)$ de l'apartat anterior. Determineu el valor màxim que pren $f(p)$ quan $p \geq 0$.
[1 punt]

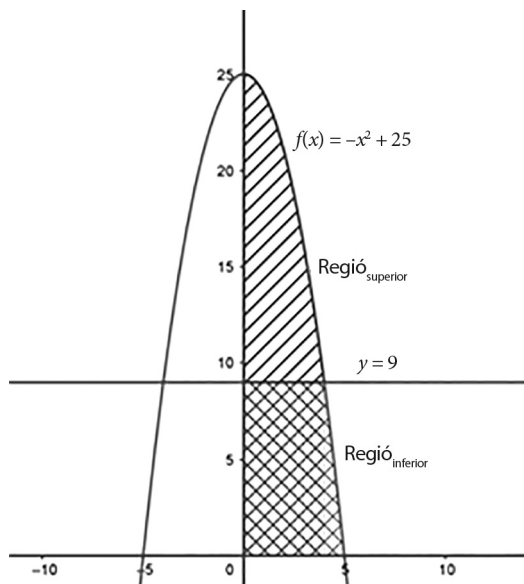
Espai per a la correcció		
Exercici 3	a	
	b	
	c	
	Total	

Exercici 4

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

La vela major d'un veler té forma semiparabòlica i està delimitada per les gràfiques de $f(x) = -x^2 + 25$, $y = 0$ i $x = 0$, tal com s'indica a la figura següent:



La vela té dues parts separades per la recta $y = 9$. Per a construir-la, s'empra un teixit de niló a la part superior, que costa 50 €/u², i un teixit de polièster a la part inferior, que costa 70 €/u². Calculeu el cost total del material que es necessita per a construir aquesta vela.

[2,5 punts]

OPCIÓ B

Considereu el pla π d'equació $x + y = 0$.

a) Calculeu l'equació del pla π' que és perpendicular a π i conté els punts $P = (1, -1, 2)$ i $Q = (3, -3, 6)$.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació paramètrica de la recta continguda en π' i que conté els punts de π' a la mateixa distància de P que de Q .

[1,5 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 4. Opció ____	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

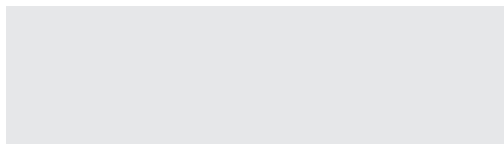
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació:

2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques
Sèrie 4

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4. Opció ____	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 respondent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells capaços d'emmagatzemar dades o de transmetre o rebre informació.

Exercici 1

Considereu la funció $f(x) = +\sqrt{1+x^3}$.

a) Indiqueu el domini d'aquesta funció i els talls de la corba $y=f(x)$ amb els eixos de coordenades.

[0,5 punts]

b) Resoleu l'equació $f'(x) = 0$ i estudieu les zones de creixement i decreixement de la funció $f(x)$, així com els seus màxims i mínims locals.

[1 punt]

- c) Trobeu quin ha de ser el valor de a per tal que el punt $(a, 3)$ pertanyi a la gràfica de la funció i calculeu l'equació de la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en aquest punt.
[1 punt]

Espai per a la correcció		
Exercici 1	a	
	b	
	c	
	Total	

Exercici 2

Considereu el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + az = 1 \\ -2x - 6y + 2z = 2a \\ ax + 3y + z = 3 \end{array} \right\},$$

on a és un paràmetre real, i siguin π_1 el pla determinat per la primera equació, π_2 el determinat per la segona, i π_3 el determinat per la tercera.

a) Discutiu el sistema en funció del valor de a .

[1 punt]

- b)** Descriuiu la posició relativa dels tres plans π_1 , π_2 i π_3 en funció del valor de a .
[0,75 punts]

- c)** En algun cas la intersecció dels tres plans és una recta? En cas afirmatiu, digueu per a quin valor del paràmetre, i doneu un vector director i un punt d'aquesta recta.
[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Exercici 2	a	
	b	
	c	
	Total	

Exercici 3

Un usuari d'Internet ha estimat que el 25 % dels correus electrònics que rep són correu brossa, mentre que la resta no ho són. Per a facilitar la classificació del correu, s'ha instal·lat un filtre que envia a la carpeta de correu brossa el 95 % dels missatges que efectivament ho són. Malauradament, aquest filtre deixa a la safata d'entrada només el 90 % dels missatges bons (i la resta els envia a la carpeta de correu brossa).

- a)** Quina és la probabilitat que un missatge sigui enviat pel filtre a la carpeta de correu brossa?

[0,75 punts]

- b)** Un dia, aquest usuari obre la carpeta de correu brossa. Quin percentatge de missatges que no són correu brossa hi trobarà?

[0,75 punts]

En un servidor de correu electrònic determinat, la probabilitat de rebre com a mínim dos correus en menys de t minuts ve donada per la funció $F(t) = \int_0^t A e^{-0,5x} dx$, on A és una constant real.

- c) Sabent que la probabilitat de rebre com a mínim dos correus en menys de dos minuts és $1 - e^{-1}$, trobeu el valor de A .

[1 punt]

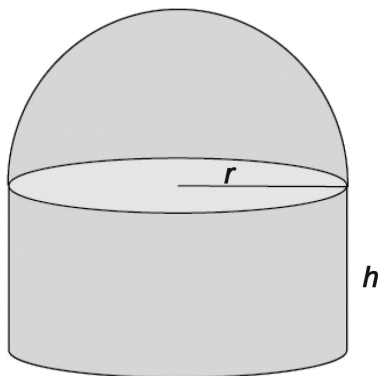
Espai per a la correcció		
Exercici 3	a	
	b	
	c	
	Total	

Exercici 4

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

El dissenyador d'una casa de perfums ha decidit que l'ampolla del proper perfum que l'empresa traurà al mercat serà de vidre i tindrà la forma d'un cilindre amb una mitja esfera a la part superior, tal com es pot veure a la figura següent:



El perfum estarà contingut a la part cilíndrica, la qual té una capacitat de 100 cm^3 . L'enginyer a càrrec del procés de producció es proposa minimitzar el cost total del vidre usat i, per tant, vol que la superfície total de l'ampolla sigui mínima.

a) Comproveu que la superfície total de l'ampolla de perfum ve donada per la fórmula

$$S(r) = 3\pi r^2 + \frac{200}{r}.$$

[1 punt]

b) Quines dimensions ha de tenir l'ampolla de perfum perquè la superfície total sigui mínima? Quina és la superfície total de l'ampolla en aquest cas?

[1,5 punts]

NOTA: Recordeu que la superfície d'una esfera ve donada per la fórmula $4\pi r^2$, on r és el seu radi.

OPCIÓ B

Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a^2 \end{pmatrix}$, on a és un paràmetre real, i $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Trobeu els valors de a que fan que les matrius A i B commutin. (Dues matrius A i B commuten si $AB = BA$.)

[0,75 punts]

b) Trobeu els valors de a per als quals la matriu A és invertible.

[0,75 punts]

c) Trobeu els valors de a per als quals $A^{-1} = A$.

[1 punt]

Espai per a la correcció		
Exercici 4. Opció ____	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

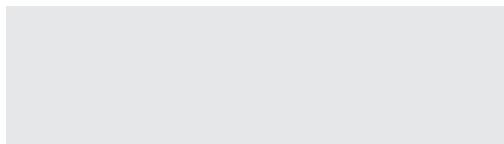
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació:

2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans