

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 2

Indiqueu l'opció triada:

Exercici 4: Opció A ☐ Opció B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

L'examen consta de QUATRE exercicis obligatoris. Cada exercici val 2,5 punts. Feu els exercicis 1, 2 i 3 respondent a TOTES les qüestions que s'hi plantegen. A l'exercici 4, trieu UNA de les dues opcions (A o B) proposades i indiqueu-la a la portada.

En totes les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cal que la redacció de la resposta es faci de manera coherent, amb correcció i claredat, emprant la notació i el vocabulari matemàtic adequats i expressant la solució de manera clara.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc del final del quadern per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de l'exercici corresponent.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Considereu la funció $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 1}$.

- 1.1. Estudieu-ne el domini i els intervals de creixement i decreixement, així com els possibles màxims i mínims locals.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

- 1.2. Calculeu les equacions de totes les asímptotes d'aquesta funció (si en té) i dibuixeu un esbós de la seva gràfica.

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

- 1.3.** Calculeu l'equació de la recta normal (és a dir, la recta perpendicular a la tangent) a la corba $y=f(x)$ en el punt d'abscissa $x=2$.

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 1.3	
----------------------------	--

Exercici 2

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + ky + z = 3 \\ -x + 2y + 2z = 1 \\ x + y + z = 2 \end{array} \right\},$$

on k és un paràmetre real.

2.1. Discutiu el sistema en funció del paràmetre k .

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

2.2. Resoleu el sistema per a tots els valors de k i comproveu que, per a $k \neq 1$, la solució no depèn de k .

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

2.3. Interpreteu geomètricament el resultat dels apartats anteriors.

[0,5 punts]

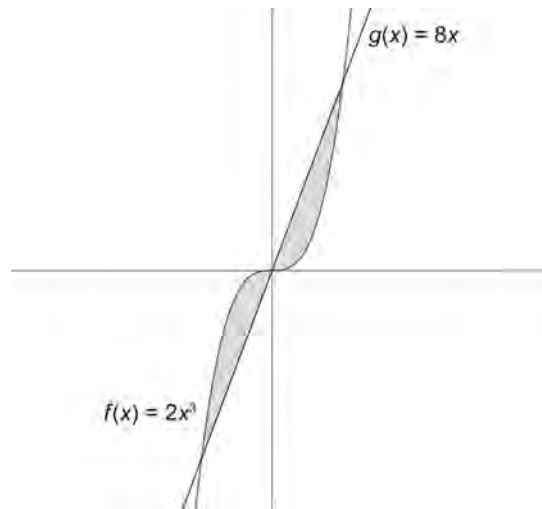
Puntuació de l'apartat 2.3	
----------------------------	--

Exercici 3

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

Es vol construir un parc eòlic al Solsonès format per 10 aerogeneradors. L'empresa que els construirà està dissenyant les pales segons l'esquema següent, on x i $f(x)$ estan mesurats en metres (el dibuix no està a escala):



S'ha calculat que cadascun dels 10 aerogeneradors tindrà una potència de 100 MW. Degut a diversos factors, cadascun té una probabilitat del 10 % d'estar aturat, independentment de la resta d'aerogeneradors.

3.1. Quina és la probabilitat que s'arribi als 1 000 MW de potència total al parc?

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

3.2. Quina és la probabilitat que la potència total del parc superi els 150 MW?

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

3.3. Calculeu l'àrea de les pales d'un d'aquests aerogeneradors (part ombrejada al gràfic).
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 3.3	
----------------------------	--

Exercici 4

[2,5 punts en total]

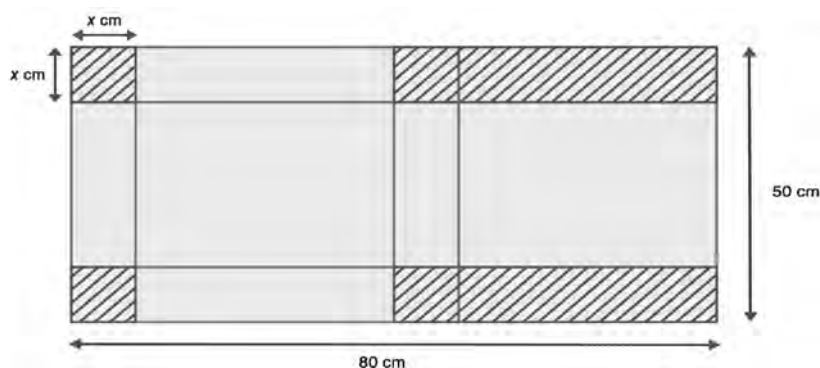
Puntuació total de l'exercici 4	
---------------------------------	--

L'Aina vol construir una capsa de cartró amb forma de prisma rectangular amb tapa, per guardar-hi la tauleta i el carregador.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.

OPCIÓ A

L'Aina construirà la capsa a partir d'un cartró rectangular de $80\text{ cm} \times 50\text{ cm}$. A la figura següent es mostra el desplegament de la capsa; les zones ratllades són les parts que l'Aina retallará i retirarà per tal de poder-la muntar:



- 4.1. Comproveu que el volum de la capsa resultant és $V(x) = 2x^3 - 130x^2 + 2000x$, on x és la longitud del costat del quadrat que cal retallar dels cantons per a poder-la muntar.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. Calculeu les dimensions de la capsa per tal que el seu volum sigui màxim. Quin és aquest volum màxim?

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

OPCIÓ B

L'Aina vol fer un croquis en 3D de la capsa utilitzant un programa informàtic. Per a començar, situa un costat de la tapa des del vèrtex $A(1, 1, 1)$ fins al vèrtex $B(4, 1, 5)$, i l'altre costat de la tapa des del vèrtex A fins al vèrtex $C(1, 10, 1)$.

- 4.1. Quines són les coordenades del quart vèrtex de la tapa? Calculeu les longituds dels dos costats de la tapa.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. Sabent que els altres quatre vèrtexs de la capsa estan situats al pla $\pi: -4x + 3z = 24$, calculeu les coordenades d'un d'aquests vèrtexs (qualsevol) i l'alçària de la capsa.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a algun exercici.]

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant

--



IEC
Institut d'Estudis
Catalans